شبیه‌سازی یک فازی تراکم‌پذیر و یک بعدی مخزن

سیستم‌های سیال

کلمه "تک فازی" برای هر مخزنی که در آن فقط یک فاز حضور دارد به کار می‌رود. هم‌چنین گاهی اوقات، این واژه‌ها برای مخزنی با دو فاز نیز به کار می‌رود در صورتی که یکی از فازها بی‌حرکت باشد و هیچ انتقال جرمی بین سیالات اتفاق نیافتد. معمولاً مورد اخیر در مخازن نفت یا گاز که در آن آب همزاد[۱] وجود دارد اتفاق می‌افتد. با توجه به اینکه آب همزاد بخش ثابتی از حفرات است، آن را می‌توان در کاهش تخلخل و به تبع آن در تراکم پذیری سنگ منظور نمود.

معمولا در شبیه‌سازی مخازن تک فازی، با یکی از سیستم‌های سیال زیر رو به رو خواهیم بود:

۱-گاز تک فاز

۲- آب تک فاز

۳- نفت تک فاز

قبل از پرداختن به معادلات جریان در فرمولاسیون پیوسته، برای این سیستم‌ها "مدل‌های سیال" را تعریف می‌کنیم.

۱-گاز تک فاز

برای آنکه در یک مخزن، گاز تک فاز بماند، نباید فشار آن از فشار نقطه شبنم کمتر شود تا از تشکیل قطرات سیال میعانی در حفرات جلوگیری شود. رفتار سیال توسط مدل Black oil بیان می‌شود. لذا:

$$\rho_g = \frac{\rho_{gS}}{B_g} = \frac{\text{constant}}{B_g}$$

۲-آب تک فاز

زمانی که فشار مخزن از فشار اشباع آبی که در آن گاز حل می‌شود بیشتر باشد، آب تک فاز خواهیم داشت. در آن صورت چگالی آب با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\rho_w = \frac{\rho_{wS}}{B_w} = \frac{\text{constant}}{B_w}$$

۳-نفت تک فاز

برای آنکه نفت در مخزن تک فاز باشد باید تحت‌اشباع[۲] باشد. بدین معنی که فشار مخزن از فشار نقطه حباب بیشتر باشد. در مدل Black-oil، چگالی نفت با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\rho_o = \frac{\rho_{os} + \rho_{gS} R_{so}}{B_o}$$

---

۱ Connate Water

۲ Undersaturated Oil

برای نفت تحت‌اشباع مقدار R_{so} ثابت است بنابراین چگالی نفت به صورت رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$\rho_o = \frac{\text{constant}}{B_o}$$

شکل کلی

بنابراین، برای همه سیستم‌های سیال یک فازی، چگالی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\rho = \frac{\text{constant}}{B}$$

این مدلی است که از آن برای توصیف سیال در معادلات جریان تک فازی استفاده خواهد شد.

شکل دیفرانسیل جزئی معادلات جریان تک فازی

در صفحات قبل، معادله پیوستگی برای جریان یک بعدی، یک فازی با سطح مقطع عبور جریان ثابت به صورت زیر استخراج گردید:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(u\rho) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho)$$

معادله نیمه تجربی دارسی به جای معادله اندازه حرکت برای جریان با سرعت کم در محیط متخلخل فرض می‌شود؛ که برای جریان افقی و یک بعدی به صورت زیر است:

$$u = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}$$

با توجه به مدل سیال تعریف شده در بالا داریم:

$$\rho = \frac{\text{constant}}{B}$$

با جایگذاری معادله دارسی و معادله سیال در داخل معادله پیوستگی و در نظر گرفتن فقط یک جمله چاه یا چشمه، معادله دیفرانسیلِ جزئی که جریان یک بعدی و یک فازی در محیط متخلخل را توصیف می‌کند، به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\mu B}\frac{\partial P}{\partial x}\right) - q' = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi}{B}\right)$$

طرف چپ معادله، جریان سیال در مخزن و چاه تولید یا تزریق را توصیف می‌کند در حالیکه طرف راست انباشتگی[۱] (تراکم‌پذیری سیال و سنگ) را بیان می‌کند. قبل از پرداختن به فرمولاسیون گسسته یا کامپیوتری به منظور تبدیل طرف راست به معادله‌ای براساس فشار، به عنوان متغیر اولیه، طرف راست را دوباره بررسی خواهیم کرد. این کار از فعالیتهای مهم و جدی در مراحل انتهایی فاز فرمولاسیون پیوسته می‌باشد.

قاعده مشتق گیری زنجیره‌ای رابطه زیررا می‌دهد:

---

[۱] Storage

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi}{B}\right)=\frac{1}{B}\frac{\partial \phi}{\partial t}+\phi\frac{\partial(1/B)}{\partial t}$$

در ادامه از تعریف تراکم‌پذیری برای وابستگی تخلخل به فشار در دمای ثابت استفاده می‌شود:

$$c_r=\frac{1}{\phi}\left(\frac{d\phi}{dP}\right)_T$$

و یا

$$\frac{d\phi}{dP}=\phi c_r$$

و مدل سیال فوق

$$\rho=\frac{\text{constant}}{B}$$

که بیان می‌کند:

$$B=f(P)$$

بنابراین طرف راست به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi}{B}\right)=\frac{1}{B}\frac{\partial \phi}{\partial t}+\phi\frac{\partial(1/B)}{\partial t}=\frac{1}{B}\frac{d\phi}{dP}\frac{\partial P}{\partial t}+\phi\frac{d(1/B)}{dP}\frac{\partial P}{\partial t}=\frac{\phi c_r}{B}\frac{\partial P}{\partial t}+\phi\frac{d(1/B)}{dP}\frac{\partial P}{\partial t}$$

در نهایت معادله جریان به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\mu B}\frac{\partial P}{\partial x}\right)-q'=\phi\left[\frac{c_r}{B}+\frac{d(1/B)}{dP}\right]\frac{\partial P}{\partial t}$$

از طرف دیگر تراکم‌پذیری سیال به کمک ضریب حجمی سازند به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_f=B\frac{d(1/B)}{dP}$$

که فرم جایگزین معادله جریان به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\mu B}\frac{\partial P}{\partial x}\right)-q'=\frac{\phi}{B}\left[c_r+c_f\right]\frac{\partial P}{\partial t}=\frac{\phi c_T}{B}\frac{\partial P}{\partial t}$$

معمولا استفاده از شکل اول معادله راحت‌تر است. زیرا تراکم‌پذیری سیال ضرورتاً ثابت نیست. از طرف دیگر داده‌های ضریب حجمی سازند در مقابل فشار از ورودی‌های استاندارد در شبیه‌سازی مخزن می‌باشند.

شکل تفاضلی معادله جریان

با استفاده از روابط گسسته‌سازی به دست آمده، معادله دیفرانسیل جزئی را به معادله تفاضلی تبدیل می‌کنیم. به منظور راحتی، اندیس زمان مربوط به فشارهای مجهول در گسسته‌سازی مکانی (فشار در زمان $t+\Delta t$) حذف شده‌اند. بنابراین در هر جایی که اندیس زمان وجود نداشت منظور، زمان $t+\Delta t$ بوده است.

جمله طرف چپ (ترم های مکانی)

جمله جریان تک فازی

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\mu B}\frac{\partial P}{\partial x}\right)$$

به شکل زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[f(x)\frac{\partial P}{\partial x}\right]$$

که شکل تفاضلی آن در صفحات گذشته بدست آمده است:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[f(x)\frac{\partial P}{\partial x}\right]_i=\frac{2f(x)_{i+1/2}\dfrac{(P_{i+1}-P_i)}{(\Delta x_i+\Delta x_{i+1})}-2f(x)_{i-1/2}\dfrac{(P_i-P_{i-1})}{(\Delta x_i+\Delta x_{i-1})}}{\Delta x_i}+O(\Delta x)$$

بنابراین در شکل معادله جریان واقعی، داریم:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{k}{\mu B}\frac{\partial P}{\partial x}\right]_i=\frac{2\left(\dfrac{k}{\mu B}\right)_{i+1/2}\dfrac{(P_{i+1}-P_i)}{(\Delta x_i+\Delta x_{i+1})}-2\left(\dfrac{k}{\mu B}\right)_{i-1/2}\dfrac{(P_i-P_{i-1})}{(\Delta x_i+\Delta x_{i-1})}}{\Delta x_i}+O(\Delta x)$$

ضریبِ تفاضل فشار (ضریب $(P_{i+1}-P_i)$ یا (P_i-P_{i-1}))، که در تقریب بالا ظاهر شده‌است را عبورپذیری یا قابلیت انتقال یا انتقال‌پذیری[1] تعریف می‌کنیم. به این شگرد و نحوه تعبیر پدیده انتقال جرم دیفرنسیالی (پیوسته) به حالت جبری (گسسته) دقت کنید. هر جمله نمونه انتقال جرم از یک بلوک به بلوک دیگر متناسب با اختلاف فشار بلوک حمل و تعبیر می‌شود و برای تبدیل این نسبت تناسب از ضریب انتقال‌پذیری استفاده می‌شود، فافهم.

عبورپذیری در جهت مثبت:

$$Tx_{i+1/2}=\frac{2}{(\Delta x_i+\Delta x_{i+1})\Delta x_i}\left(\frac{k}{\mu B}\right)_{i+1/2}$$

عبورپذیری در جهت منفی:

$$Tx_{i-1/2}=\frac{2}{(\Delta x_i+\Delta x_{i-1})\Delta x_i}\left(\frac{k}{\mu B}\right)_{i-1/2}$$

با تعاریف بالا شکل تفاضلی معادله دیفرانسیل جزئی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\mu B}\frac{\partial P}{\partial x}\right)_i=Tx_{i+1/2}(P_{i+1}-P_i)-Tx_{i-1/2}(P_i-P_{i-1})$$

عبورپذیری، با در نظر گرفتن $Tx_{i+1/2}$ به عنوان مثال، شامل سه گروه پارامتر است:

[1] Transmissibility/Transmissitivity

$$\frac{2}{\left(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}\right)\Delta x_i} = \text{constant}$$

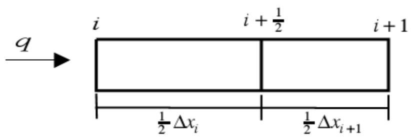
$$k_{i+1/2} = \bar{k} = f\left(x\right)$$

$$\left(\frac{1}{\mu B}\right)_{i+1/2} = \overline{\left(\frac{1}{\mu B}\right)} = f\left(P\right)$$

قبل از پرداختن به حل عددی، دو گروه اخیر باید بیشتر بررسی شوند. با شروع از معادله دارسی:

$$q = -\frac{kA}{\mu B}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)$$

با توجه به جریان بین دو بلوک زیر



فرض می‌شود که جریان حالت پایدار دارد و یا به طور مشابه، مقدار دبی ثابت است. و k بستگی به موقعیت مکانی دارد. بنابراین معادله دارسی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$q\frac{dx}{k} = -A\frac{dP}{\mu B}$$

<u>جمله نفوذپذیری:</u>

از معادله فوق بین مرکز دو بلوک انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$q\int_i^{i+1}\frac{dx}{k} = -A\int_i^{i+1}\frac{dP}{\mu B}$$

با فرض ثابت بودن مقدار نفوذپذیری در هر بلوک، از طرف چپ معادله در سیستم گسسته موجود، انتگرال‌گیری می‌کنیم:

$$q\int_i^{i+1}\frac{dx}{k} = \frac{q}{2}\left(\frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}}\right)$$

با تعریف نفوذپذیری متوسط $\bar{k}$:

$$\frac{q}{2}\left(\frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}}\right) = \frac{q}{2}\frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{\bar{k}}$$

که نتیجه می‌دهد:

$$\bar{k} = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{\left(\frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}}\right)}$$

که این متوسط هارمونیک از دو نفوذپذیری است. در سیستم شبکه بلوک، عبارات زیر برای متوسط هارمونیک بدست می‌آیند:

$$\bar{k} = k_{i-1/2} = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}}{\left(\dfrac{\Delta x_i}{k_i} + \dfrac{\Delta x_{i-1}}{k_{i-1}}\right)} \quad \text{و} \quad \bar{k} = k_{i+1/2} = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{\left(\dfrac{\Delta x_i}{k_i} + \dfrac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}}\right)}$$

جمله تحرک‌پذیری سیال:

می‌خواهیم از طرف راست انتگرال‌گیری کنیم:

$$-A\int_i^{i+1} \frac{dP}{\mu B}$$

پارامترهای سیال با عبارت تحرک‌پذیری ($\lambda = \dfrac{1}{\mu B}$) جایگزین می‌شود. با فرض اینکه λ تابعی ضعیف از فشار است و تغیرات فشار در مرکز بین دو بلوک ثابت باشد، متوسط وزن‌دار از جملات تحرک‌پذیری نشان‌دهنده متوسط جمله تحرک‌پذیری است. بنابراین متوسط‌های تحرک‌پذیری به شکل زیر هستند:

$$\lambda_{i-1/2} = \frac{\lambda_i \Delta x_i + \lambda_{i-1}\Delta x_{i-1}}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \quad , \quad \lambda_{i+1/2} = \frac{\lambda_i \Delta x_i + \lambda_{i+1}\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}$$

جمله سمت راست

گسسته‌سازی جمله سمت راست، یعنی جمله $\phi\left(\dfrac{c_r}{B} + \dfrac{d\left(1/B\right)}{dP}\right)\dfrac{\partial P}{\partial t}$، با استفاده از تقریب پسرو انجام می‌شود:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_i = \frac{P_i - P_i^t}{\Delta t}$$

با تعریف ضریب انباشتگی به شکل $Cp_i = \dfrac{\phi}{\Delta t}\left[\dfrac{c_r}{B} + \dfrac{d\left(1/B\right)}{dP}\right]_i$ ، تقریب سمت راست به قرار زیر می‌شود:

$$\phi\left[\frac{c_r}{B} + \frac{d\left(1/B\right)}{dP}\right]\frac{\partial P}{\partial t} = Cp_i\left(P_i - P_i^t\right)$$

بنابراین، شکل تفاضلی معادله جریان تک فازی برای روش حل صریح (از این به بعد به منظور راحتی، علامت تقریب با علامت تساوی جایگزین می‌شود) به دست می‌آید:

$$Tx_{i+1/2}\left(P_{i+1}^{t} -\right.$$

و برای حل کاملا ضمنی به شکل زیر در می‌آید:

$$Tx_{i+1/2}\left(P_{i+1}^{t+\Delta t} - P_i^{t}\right.$$

جملات تزریق / تولید و شرایط مرزی

در صفحات گذشته دو نوع از شرایط مرزی توضیح داده شده‌اند. شرط فشار (دیریلکه) و شرط دبی (نیومن). برای معادله یک فازی ساده که از ابتدا در نظر گرفته شده است، فرض می‌شود که این شرط در دو طرف ابتدا و انتهای سیستم اعمال می‌شود. همچنین معادلات مربوط برای این بلوک‌ها بدست آمده‌اند. معمولاً شرایط مرزی در شبیه‌سازی مخزن، مرزهای بدون جریان در لبه‌های (مرزهای) مخزن و چاه‌های تزریق/ تولید با شرط فشار یا دبی معین شده در بلوک‌های داخلی می‌باشند.

مرزهای بدون جریان

مرزهای بدون جریان با قرار دادن صفر برای عبورپذیری مربوط به آن مرز، مشخص می‌شوند. این شرط، یک شرط پیش‌فرض است. برای سیستم یک بعدی، این نوع از شرایط می‌تواند در دو انتهای سیستم به کار رود:

$$Tx_{1/2} = 0$$

$$Tx_{N+1/2} = 0$$

چاه‌های تولید یا تزریق

با اضافه کردن جمله چاه در معادله تفاضل داریم:

$$Tx_{i+1/2}\left(P_{i+1}^{t} - P_i\right.$$

یا

$$Tx_{i+1/2}\left(P_{i+1}^{t+\Delta t} - P_i^{t\text{-}}\right.$$

جمله دبی چاه در همه بلوک‌هایی که در آنها چاه وجود ندارد، صفر است و برای بلوک‌های حاوی چاه غیر صفر است. به دلیل آنکه معادله براساس واحد حجم بدست آمده است، جمله دبی جریان باید بر اساس واحد حجم باشد. این جمله برای چاه‌های تولید مثبت و برای چاه‌های تزریق منفی است.

<u>چاه تولید با دبی ثابت</u>

برای دبی ثابت چاه (Q_i) در شرایط سطح، که رایج‌ترین نوع دبی چاه است؛ دبی واحد حجم به صورت زیر می‌شود:

$$q_i' = \frac{Q_i}{A\Delta x_i}$$

اگر چاه در شرایط مخزن دارای دبی ثابت (Q_i) باشد آنگاه دبی واحد حجم به صورت $q_i' = {Q_i B_i}/{A\Delta x_i}$ می‌شود.

<u>چاه با فشار ثابت ته چاه</u>

برای یک چاه تزریق یا تولید با فشار ثابت ته چاه، دبی جریان از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$q_i' = \frac{Q_i}{A\Delta x_i} = \frac{WC_i \lambda_i \left(P_i - P_{bh_i}\right)}{A\Delta x_i} = wc_i \cdot \lambda_i \left(P_i - P_{bhi}\right)$$

که در آن WC_i ثابت چاه، اندیس قابلیت تولید یا اندیس تزریق‌پذیری چاه است. WC_i مثل همان است ولی بر واحد حجم. ممکن است ثابت چاه بر اساس آزمایشات تولید یا تزریق چاه تعین گردد یا بر اساس قاعده دارسی حساب شود. می توان برای چاهی که در مرکز بلوک باشد جریان شعاعی و حجم ریزش به اندازه حجم بلوک در نظر گرفت:

$$WC_i = \frac{2\pi k_i h}{\ln\left(r_e/r_w\right)}$$

که r_w شعاع چاه است و شعاع ریزش (r_e) از رابطه تئوری زیر حساب می‌شود:

$$r_e = \sqrt{\frac{\Delta y \Delta x_i}{\pi}}$$

اما در شبیه‌سازی مخزن رابطه فوق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$r_e = c\sqrt{\Delta y \Delta x_i}$$

مقدار c با توجه به موقعیت چاه در داخل بلوک تغیر می کند. فرمول رایج مورد استفاده، فرمول Peaceman است:

$$r_e = 0.20\sqrt{\Delta y \Delta x_i}$$

برای مورد سیستم ساده با یک چاه در انتهای سیستم (در لبه چپ یا در لبه راست) ثابت چاه براساس معادله خطی دارسی حساب می‌شود:

$$WC_i = \frac{k_i A}{\Delta x_i/2}$$

حل معادله تفاضل

ما یک دستگاه N معادله با N مجهول داریم که باید همزمان حل شوند. در استخراج معادله، به طور ضمنی فرض شده است که همه جملات باید در زمان $t + \Delta t$ ارزیابی شوند. این فرض بر فشارها و ضرایب سمت چپ معادله اعمال می‌شود. البته درستی عددی این تساوی به دلیل وجود تقریب مرتبه اول زمان در طرف راست معادله، سوال برانگیز است. اگر به جای مورد قبل از زمان $t + \Delta t/2$ برای ارزیابی استفاده شود، تقریب مشتق زمان نیز از مرتبه دوم می‌شود. چنین فرمولاسیون به فرمولاسیون Crank-Nicholson مشهور است. معمولاً به دلیل آنکه حل فشار برای چنین فرمولاسیونی اغلب رفتاری نوسانی از خود نشان می‌دهد این نوع فرمولاسیون در شبیه‌سازی مخزن استفاده نمی‌شود. بنابراین دیگر به بررسی آن نخواهیم پرداخت.

به دلیل آنکه جملات سمت چپ و راست معادله در زمان $t + \Delta t$ ارزیابی می‌شوند، ضرایب تابعی از فشاراند که خود مجهول است. جملات عبورپذیری، گرانروی، ضریب حجمی سازند ، انباشتگی و مشتقِ عکسِ ضریب حجمی سازند، همگی تابعی از فشار هستند.

بنابراین، روش حل، آشکارا یک روش تکراری برای فشار است. با قرار دادن مقادیر ضرایب از فشار قبلی و بدست آوردن فشار جدید و تصحیح ضرایب با فشار جدید و حل معادلات برای فشار جدیدتر و تکرار این روش، تا زمانیکه همگرایی به دست آید.

اما، در جریان تک فازی وابستگی ضرایب به فشار کم است که معمولاً چنین روش تکراری لازم نیست. بنابراین با دقت به اندازه کافی مناسب، ضرایب عبورپذیری و انباشتگی برای هر بلوک در فشار قبلی بدست می‌آید. بنابراین دستگاه معادلات به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$a_i P_{i-1} + b_i P_i + c_i P_{i+1} = d_i\,, \quad i = 1,....,N$$
$$a_1 = 0 \quad , \quad a_i = Tx_{i-1/2}, \quad i = 2,....,N$$
$$b_1 = -Tx_{1+1/2} - Cp_1,\; b_i = -Tx_{i+1/2} - Tx_{i+1/2} - Cp_i\,, \quad i = 2,....,N-1 \quad , b_N = -Tx_{N-1/2} - Cp_N$$
$$c_i = Tx_{i+1/2}, \quad i = 1,....,N-1 \quad , \quad c_N = 0$$
$$d_1 = -\frac{3}{4}\alpha P_1^t - 2P_L \quad , \quad d_i = -Cp_i P_i^t + q_i', \quad i = 2,....,N$$

اصلاحات زیر برای به حساب آوردن جملات تزریق یا تولید برای بلوک‌هایی که حاوی چاه‌های تزریق یا تولید هستند باید انجام شود.

دبی تعین شده در چاهی در بلوک i

در این مورد، هیچ تغییر خاصی نیاز نیست به دلیل آنکه q_i' در داخل جمله d_i گنجانیده شده است. اگر چه، بعد از محاسبه فشارها، مقدار فشار واقعی ته چاه از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$q_i = wc_i \lambda_i \left(P_i - P_{bhi}\right)$$

فشار تعین شده ته چاه در چاهی در بلوک i

در این مورد با فرض ثابت بودن فشار ته چاه، از معادله چاه استفاده می‌شود:

$$q_i = wc_i \lambda_i \left(P_i - P_{bhi}\right)$$

با استفاده از این معادله، بخش‌های مناسبی در جملات b_i و d_i وارد می‌شوند.

$$b_i = -Tx_{i-1/2} - Tx_{i+1/2} - Cp_i - wc_i \lambda$$
$$d_i = -Cp_i P_i^t + wc_i \lambda_i P_{bhi}$$

ثابت چاه همانگونه که در صفحات قبل گفته شده است، بدست می‌آید.

فشار سر چاه برای چاهی در بلوک i

متناوباً، فشار سر چاه به جای فشار ته چاه مشخص می‌شود. که نشان دهنده شرایط دستگاه‌های سطحی است. به منظور وارد کردن چنین شرایطی به معادلات، شرایط سطحی باید به فشار ته چاه تبدیل شوند، بنابراین یک مدل چاه برای حساب‌کردن افت فشار در چاه به عنوان تابعی از دبی، اصطکاک و .... مورد نیاز است.

در آخر، دستگاه خطی معادلات جبری با در نظر گرفتن شرایط مرزی و دبی چاه، با روش حذفی گوس برای مثال، برای فشار متوسط در هر بلوک در گام زمان حل می‌شود. ضرایب با فشار جدید تصحیح شده و مسئله برای گام زمان بعدی حل می‌شود و به همین ترتیب.